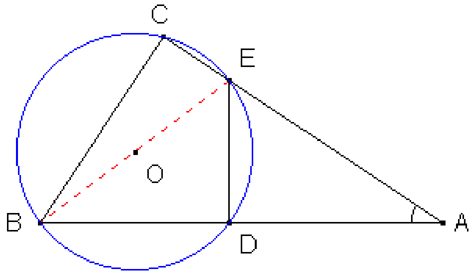
Soit cette figure sur laquelle les triangles (ABC) et (AED) sont respectivement rectangles en C et D.

L'angle $\widehat{BAC}$ a une mesure de $37°$ et les segments $[BC]$ et $[AD]$ ont une même longueur, de 4 cm.



1/ Montrer que le quadrilatère $(BCED)$ est inscriptible dans un cercle dont on précisera le centre.

Méthode 1 :

Les triangles rectangles (BCE) et (BDE) sont inscrits dans des demi-cercles de même diamètre $[BE]$, puisque possédant un angle droit, respectivement en C et D.

Le quadrilatère $(BCED)$ est donc inscriptible dans le cercle de diamètre $[BE]$.

Méthode 2 :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un quadrilatère soit inscriptible est que deux angles opposés de ce quadrilatère soient *supplémentaires* (somme $180°$).

Les angles $\widehat{BCE}$ et $\widehat{BDE}$ étant droits, leur somme est bien $90° + 90° = 180°$.

Le quadrilatère $(BCED)$ est donc inscriptible dans le cercle de diamètre $[BE]$, du fait de ces angles droits.

2/ Le but est de déterminer la valeur du rayon de ce cercle. Les calculs se feront à 10^{-3} près :

a) Calculer les longueurs AE et AC. En déduire celle de EC.

Dans le triangle rectangle (ABC) : $\tan \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC} \Leftrightarrow \tan 37° = \dfrac{4}{AC} \Leftrightarrow AC = \dfrac{4}{\tan 37°} = 5{,}308$ cm par défaut.

Dans le triangle rectangle (AED) : $\cos \widehat{DAE} = \dfrac{AD}{AE} \Leftrightarrow \cos 37° = \dfrac{4}{AE} \Leftrightarrow AE = \dfrac{4}{\cos 37°} = 5{,}009$ cm par excès.

$EC = AC - AE = 0{,}299$.

b) En déduire le rayon du cercle circonscrit au quadrilatère $(BCED)$.

Le triangle (BEC) étant rectangle en C, on utilise le théorème Pythagore pour calculer la longueur du diamètre $[BE]$ du cercle circonscrit à ce quadrilatère.

$BE^2 = BC^2 + EC^2 = 4^2 + (0{,}299)^2 = 16 + 0{,}089 = 16{,}089 \Rightarrow BE = \sqrt{16{,}089} = 4{,}011$ cm.

Le rayon du cercle vaut : $R = \dfrac{BE}{2} = 2{,}006$ par excès.