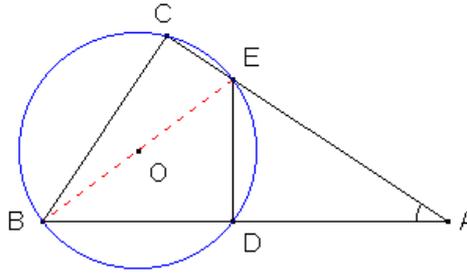


Soit cette figure sur laquelle les triangles  $(ABC)$  et  $(AED)$  sont respectivement rectangles en  $C$  et  $D$ .

L'angle  $\widehat{BAC}$  a une mesure de  $37^\circ$  et les segments  $[BC]$  et  $[AD]$  ont une même longueur, de 4 cm.



1/ Montrer que le quadrilatère  $(BCED)$  est inscriptible dans un cercle dont on précisera le centre.

Méthode 1 :

Les triangles rectangles  $(BCE)$  et  $(BDE)$  sont inscrits dans des demi-cercles de même diamètre  $[BE]$ , puisque possédant un angle droit, respectivement en  $C$  et  $D$ .

Le quadrilatère  $(BCED)$  est donc inscriptible dans le cercle de diamètre  $[BE]$ .

Méthode 2 :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un quadrilatère soit inscriptible est que deux angles opposés de ce quadrilatère soient *supplémentaires* (somme  $180^\circ$ ).

Les angles  $\widehat{BCE}$  et  $\widehat{BDE}$  étant droits, leur somme est bien  $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ .

Le quadrilatère  $(BCED)$  est donc inscriptible dans le cercle de diamètre  $[BE]$ , du fait de ces angles droits.

2/ Le but est de déterminer la valeur du rayon de ce cercle. Les calculs se feront à  $10^{-3}$  près :

a) Calculer les longueurs  $AE$  et  $AC$ . En déduire celle de  $EC$ .

Dans le triangle rectangle  $(ABC)$  :  $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} \Leftrightarrow \tan 37^\circ = \frac{4}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{4}{\tan 37^\circ} = 5,308$  cm par défaut.

Dans le triangle rectangle  $(AED)$  :  $\cos \widehat{DAE} = \frac{AD}{AE} \Leftrightarrow \cos 37^\circ = \frac{4}{AE} \Leftrightarrow AE = \frac{4}{\cos 37^\circ} = 5,009$  cm par excès.

$EC = AC - AE = 0,299$ .

b) En déduire le rayon du cercle circonscrit au quadrilatère  $(BCED)$ .

Le triangle  $(BEC)$  étant rectangle en  $C$ , on utilise le théorème Pythagore pour calculer la longueur du diamètre  $[BE]$  du cercle circonscrit à ce quadrilatère.

$BE^2 = BC^2 + EC^2 = 4^2 + (0,299)^2 = 16 + 0,089 = 16,089 \Rightarrow BE = \sqrt{16,089} = 4,011$  cm.

Le rayon du cercle vaut :  $R = \frac{BE}{2} = 2,006$  par excès.