1/ Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ xy = -6 \end{cases}$ **.**

Multiplions la 1$^{\text{ère}}$ ligne par x, puis remplaçons xy par -6 :

$3x^2 + 2xy = -5x \Leftrightarrow 3x^2 - 12 = -5x \Leftrightarrow 3x^2 + 5x - 12 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(3)(-12) = 25 + 144 = 169 = 13^2 > 0$.

Les racines sont $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 + 13}{6} = +\dfrac{4}{3} \\ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 - 13}{6} = -3 \end{cases}$.

En reportant dans $xy = -6 \Leftrightarrow y = -\dfrac{6}{x}$, on obtient $\begin{cases} y_1 = -\dfrac{6}{x_1} = -\dfrac{9}{2} \\ y_2 = -\dfrac{6}{x_2} = +2 \end{cases}$.

D'où deux couples solutions : $(x_1 ; y_1) = (\dfrac{4}{3}, -\dfrac{9}{2})$ et $(x_2 ; y_2) = (-3 ; 2)$.

<u>*Remarque*</u> : On pouvait aussi utiliser S et P : $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ xy = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ (3x)\times(2y) = -36 \end{cases}$. On pose $x' = 3x$ et $y' = 2y$.

$\begin{cases} S = x' + y' = -5 \\ P = x'y' = -36 \end{cases} \Rightarrow x'$ et y', <u>permutables</u>, sont les solutions de $X^2 - SX + P = 0$, soit $X^2 + 5X - 36 = 0$.

Les racines sont $X_1 = +4$ et $X_2 = -9$, soit $\begin{cases} x' = 3x = +4 \\ y' = 2y = -9 \end{cases} \Rightarrow (x ; y) = (\dfrac{4}{3} ; -\dfrac{9}{2})$ ou $\begin{cases} x' = 3x = -9 \\ y' = 2y = +4 \end{cases} \Rightarrow (x ; y) = (-3 ; 2)$.

2/ Donner une interprétation graphique du résultat.

$3x + 2y = -5$ est l'équation de la droite $D \mid y = -\dfrac{3}{2}x - \dfrac{5}{2}$.

$xy = -6$ est l'équation de l'hyperbole $H \mid y = -\dfrac{6}{x}$.

$M(x ; y)$ solution de $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ xy = -6 \end{cases}$ équivaut à dire : $M(x ; y)$ appartient aux courbes représentatives de (D) et (H) ,

donc sont leurs points d'intersection $A(-3 ; 2)$ et $B(\dfrac{4}{3}, -\dfrac{9}{2})$.