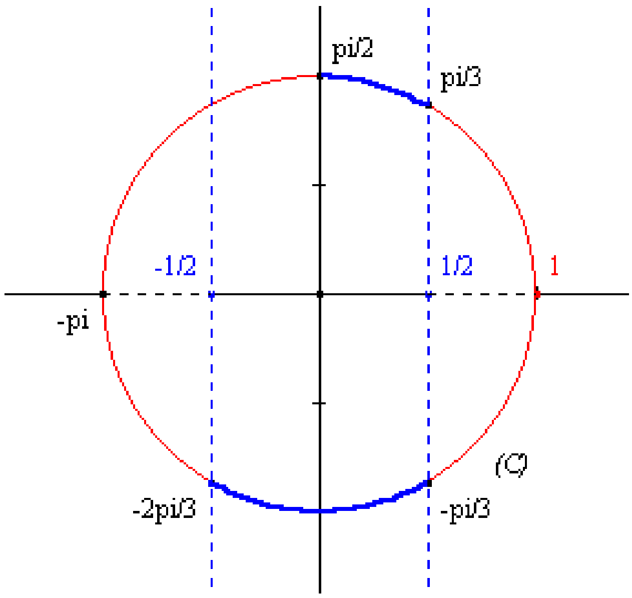
L'objectif de l'exercice est de résoudre l'inéquation : $|2\cos x| \leq 1$ sur l'intervalle $[-\pi\ ;\ +\frac{\pi}{2}]$:

1/ Démontrer que l'inéquation est équivalente à : $-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq +\frac{1}{2}$.

$|X| \leq a$, avec $a \geq 0 \Leftrightarrow -a \leq X \leq a$.

D'où : $|2\cos x| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2\cos x \leq +1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos x \leq +\frac{1}{2}$.

2/ Résoudre l'inéquation à l'aide du cercle trigonométrique.



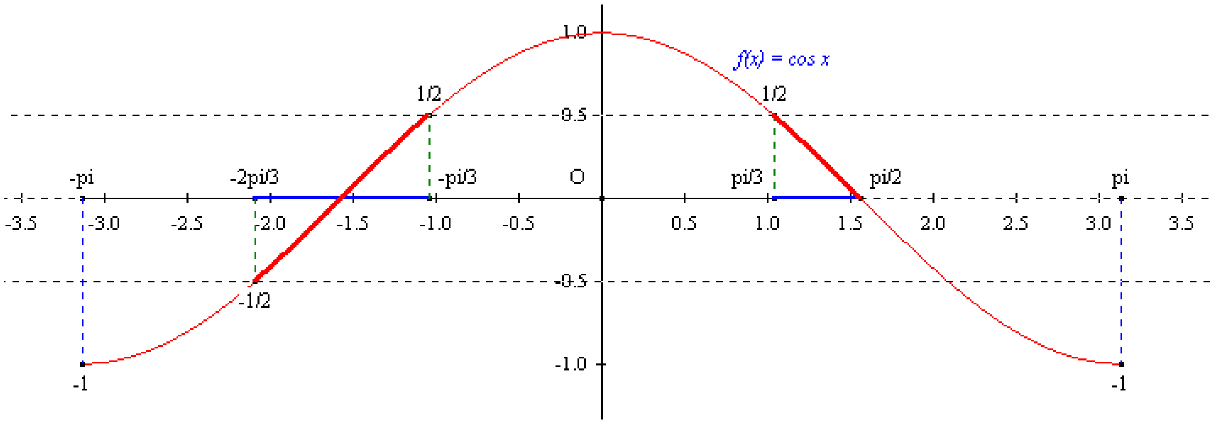
$\cos(-\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$; $\cos(-\frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{3}) = +\frac{1}{2}$,

On déduit :

$-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq +\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq x \leq -\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ sur l'intervalle $[-\pi\ ;\ \pi]$,

soit $S = [-\frac{2\pi}{3}\ ;\ -\frac{\pi}{3}] \cup [\frac{\pi}{3}\ ;\ \frac{\pi}{2}]$ (zone bleue).

3/ Résoudre l'inéquation à l'aide de la courbe représentative de la fonction cos *x* .



$-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq +\frac{1}{2}$ signifie que les portions de la courbe représentative de $f(x) = \cos x$ qui conviennent, sont celles dont les points $M(x\,;\,y)$ sont d'ordonnée y telle que $-\frac{1}{2} \leq y \leq +\frac{1}{2}$, donc compris entre les droites horizontales $y = -\frac{1}{2}$ et $y = +\frac{1}{2}$.

Sur l'intervalle $[-\pi\,;\,\frac{\pi}{2}]$, on retrouve $S = [\,-\frac{2\pi}{3}\,;\,-\frac{\pi}{3}\,] \cup [\,\frac{\pi}{3}\,;\,\frac{\pi}{2}\,]$ (zone bleue sur l'axe $x'x$).