

Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $|x - 4| = -2$

Le rôle d'une valeur absolue est de rendre le résultat d'une expression positif.

Si $a \geq 0$, alors $|a| = a$. (Etant positif ou nul, le nombre n'est pas modifié)

Si $a < 0$, alors $|a| = -a$ (Etant négatif, on en prend l'opposé pour obtenir un résultat positif)

Le résultat d'une valeur absolue n'est donc jamais négatif. L'équation proposée n'admet pas de solution.

b) $|x + 3| = 4$

Méthode 1 :

$$|x + 3| = |x - (-3)| \text{ mesure la distance } (x ; -3), \text{ ce qui impose } \begin{cases} x = -3 - 4 \Leftrightarrow x = -7 \\ \text{ou} \\ x = -3 + 4 \Leftrightarrow x = +1 \end{cases} \Rightarrow S = \{-7 ; +1\}.$$

Méthode 2 :

$$|A| = 4 \Leftrightarrow A = 4 \text{ ou } A = -4, \text{ d'où : } \begin{cases} x + 3 = 4 \Leftrightarrow x = +1 \\ \text{ou} \\ x + 3 = -4 \Leftrightarrow x = -7 \end{cases} \Rightarrow S = \{-7 ; +1\}.$$

c) $|-2x + 5| = 3$

Méthode 1 :

$$|-2x + 5| = 3 \Leftrightarrow |-2(x - \frac{5}{2})| = 3 \Leftrightarrow |-2| \cdot |x - \frac{5}{2}| = 3 \Leftrightarrow 2|x - \frac{5}{2}| = 3 \Leftrightarrow |x - \frac{5}{2}| = \frac{3}{2},$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} x = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = +1 \\ \text{ou} \\ x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \frac{8}{2} = +4 \end{cases} \Rightarrow S = \{+1 ; +4\}.$$

Méthode 2 :

$$|-2x + 5| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 5 = 3 \Leftrightarrow -2x = -2 \Leftrightarrow x = +1 \\ \text{ou} \\ -2x + 5 = -3 \Leftrightarrow -2x = -8 \Leftrightarrow x = +4 \end{cases} \Rightarrow S = \{+1 ; +4\}.$$

d) $|3x + 1| = 8$

Méthode 1 :

$$|3x + 1| = 8 \Leftrightarrow |3(x + \frac{1}{3})| = 8 \Leftrightarrow 3|x + \frac{1}{3}| = 8 \Leftrightarrow |x - (-\frac{1}{3})| = \frac{8}{3},$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} x = -\frac{1}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{9}{3} = -3 \\ \text{ou} \\ x = -\frac{1}{3} + \frac{8}{3} = +\frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow S = \{-3 ; +\frac{7}{3}\}.$$

Méthode 2 :

$$|3x + 1| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 1 = 8 \Leftrightarrow 3x = +7 \Leftrightarrow x = +\frac{7}{3} \\ \text{ou} \\ 3x + 1 = -8 \Leftrightarrow 3x = -9 \Leftrightarrow x = -3 \end{cases} \Rightarrow S = \{-3 ; +\frac{7}{3}\}.$$