

1/ Calculer les valeurs exactes de $A = (2\sqrt{6} - 4)(\sqrt{6} + 3)$ et de $B = (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3})$.

On sait que $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$:

$$A = (2\sqrt{6} - 4)(\sqrt{6} + 3) = 2(\sqrt{6})^2 + 6\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 12 = 2 \times 6 + 6\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 12 = 2\sqrt{6}.$$

$$B = (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 10(\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + 15\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - 3(\sqrt{3})^2 = 10 \times 2 - 2\sqrt{6} + 15\sqrt{6} - 3 \times 3,$$

$$B = 11 + 13\sqrt{6}.$$

2/ Soit $C = \sqrt{98} - 2\sqrt{50} + \sqrt{72}$ et $D = 4\sqrt{18} + \sqrt{128} - 3\sqrt{32}$.

a) Ecrire C et D sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a, b entiers et b le plus petit possible.

$$C = \sqrt{2 \times 49} - 2\sqrt{2 \times 25} + \sqrt{2 \times 36} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{25} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

$$D = 4\sqrt{18} + \sqrt{128} - 3\sqrt{32} = 4\sqrt{9 \times 2} + \sqrt{64 \times 2} - 3\sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{9} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{64} \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{16} \cdot \sqrt{2},$$

$$D = 12\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

b) Prouver que $C \times D$ est un nombre entier.

$$C \times D = (3\sqrt{2})(8\sqrt{2}) = 3 \times 8 (\sqrt{2})^2 = 24 \times 2 = 48.$$