L'objectif est de calculer $I = \int_{-1}^{1} (4x + 3)e^x \, dx$.

1/ Déterminer a , b réels, tels que $F(x) = (ax + b)e^x$ soit une primitive de $(4x + 3)e^x$.

Imposons $F'(x) = (4x + 3)e^x$.

$(uv)' = u'v + uv'$, d'où : $F'(x) = [(ax + b)e^x]' = (ax + b)'.e^x + (ax + b)(e^x)'$.

$(ax + b)' = a$ et $(e^x)' = e^x$,

$F'(x) = ae^x + (ax + b)e^x = [ax + (a + b)]e^x$.

On *identifie* ce résultat avec $(4x + 3)e^x$, d'où $\left\{ \begin{array}{c} a = 4 \\ a + b = 3 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 4 \\ b = -1 \end{array} \right.$.

D'où : $F(x) = (4x - 1)e^x$.

2/ Terminer le calcul de I .

Si F est une primitive de f : $\int_a^b f(x)\, dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$.

$I = \int_{-1}^{1} (4x + 3)e^x \, dx = [F(x)]_{-1}^{1} = [(4x - 1)e^x]_{-1}^{1} = F(1) - F(-1) = 3e^1 - (-5)e^{-1} = 3e + \frac{5}{e} \approx 9{,}994$.