Soit $f : x \to f(x) = \dfrac{2x^3 + 5}{-x^2 - 2x + 15}$.

1/ Déterminer l'ensemble de définition de f .

$f(x)$ est calculable pour tout x réel tel que $-x^2 - 2x + 15 \neq 0$.

Soit : $-x^2 - 2x + 15 = 0$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(-1)(15) = 4 + 64 = 64 = 8^2 \Rightarrow \begin{cases} x' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2 - 8}{-2} = +3 \\ x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2 + 8}{-2} = -5 \end{cases} .$$

Donc : $D_f = \mathbb{R} - \{-5 ; +3\}$.

2/ Calculer la dérivée de f .

$f = \dfrac{u}{v} \Rightarrow f' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$ et $\begin{cases} u = 2x^3 \Rightarrow u' = 2(3x^2) = 6x^2 \\ v = -x^2 - 2x \Rightarrow v' = -2x - 2 \end{cases}$, soit :

$$f'(x) = \frac{6x^2(-x^2 - 2x + 15) - (-2x - 2)(2x^3 + 5)}{(-x^2 - 2x + 15)^2} = \frac{-2x^4 - 8x^3 + 90x^2 + 10x + 10}{(-x^2 - 2x + 15)^2} .$$

3/ Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative (C) de f, au point d'abscisse $x = 1$.

On sait que la tangente à (C) en $x = a$, admet pour équation : $T_a \mid y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

Soit : $T_a \mid y = f'(1)(x - 1) + f(1)$ avec $f(1) = +\dfrac{7}{12}$ et $f'(1) = \dfrac{100}{144} = \dfrac{25}{36}$.

$T_1 \mid y = \dfrac{25}{36}(x - 1) + \dfrac{7}{12} \Leftrightarrow T_1 \mid y = \dfrac{25}{36}x - \dfrac{1}{9}$.