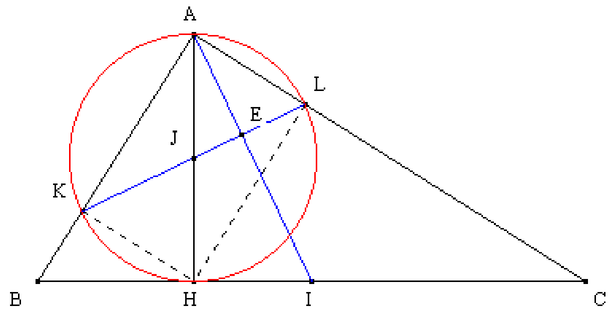
Soit un triangle (ABC) rectangle en A , et H le pied de la hauteur issue de A .

Soient K et L les projetés respectifs de H sur les droites (AB) et (AC) .

Soit I le milieu du côté $[BC]$ et J le point d'intersection des droites (LK) et (AI) .

Montrer, en raisonnant sur les angles, que les droites (LK) et (AI) sont perpendiculaires entre elles .



Les diagonales du rectangle $(AKHL)$ sont égales et ont même milieu J . En conséquence ces quatre points sont situés sur un même cercle de centre J .

Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de l'hypoténuse.

Donc, dans le triangle (ABC) , rectangle en A , on a $IA = IB = IC$.

Les triangles (IAB) et (IAC) sont donc isocèles, de sommet I .

De même, les quatre triangles (AJK) , (KJH) , (JHL) et (AJL) sont isocèles, de sommet J .

Dans le triangle (AJL) , on déduit $\widehat{HAC} = \widehat{KLA}$.

Dans le triangle (IAC) , on déduit $\widehat{IAC} = \widehat{BCA}$.

$\widehat{HAC} + \widehat{BCA} = 90° \Leftrightarrow \widehat{KLA} + \widehat{IAC} = 90°$, donc le triangle (AEL) est rectangle en E , ce qui prouve que les droites (LK) et (AI) sont perpendiculaires.