Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$.

1/ Quelles sont les images de -3 ; 5 ; 0 ; $\sqrt{2}$ par f ?

$f(-3) = 2(-3)^2 - 5(-3) - 3 = 2\times9 + 5\times3 - 3 = 18 + 15 - 3 = 30$.

$f(5) = 2(5)^2 - 5(5) - 3 = 2\times25 - 5\times5 - 3 = 50 - 25 - 3 = 22$.

$f(0) = 2(0)^2 - 5(0) - 3 = -3$.

$f(\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2})^2 - 5(\sqrt{2}) - 3 = 2\times2 - 5\sqrt{2} - 3 = 4 - 5\sqrt{2} - 3 = 1 - 5\sqrt{2}$.

Remarque : Un antécédent x ne peut avoir qu'une seule image y par une fonction f .

2/ Quels sont les éventuels antécédents de -3 par f ?

x antécédent de $y \Leftrightarrow y$ image de $x \Leftrightarrow y = f(x)$.

On cherche les x réels tels que $f(x) = -3$, soit : $2x^2 - 5x - 3 = -3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x = 0$

$$x(2x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = +\dfrac{5}{2} \end{cases} .$$

Les antécédents de $y = -3$ sont $x_1 = 0$ et $x_2 = +\dfrac{5}{2}$.

Vérification :

On a déjà vu que $f(0) = -3$.

$$f(\frac{5}{2}) = 2(\frac{5}{2})^2 - 5(\frac{5}{2}) - 3 = 2\times\frac{25}{4} - \frac{25}{2} - 3 = \frac{25}{2} - \frac{25}{2} - 3 = 0 .$$