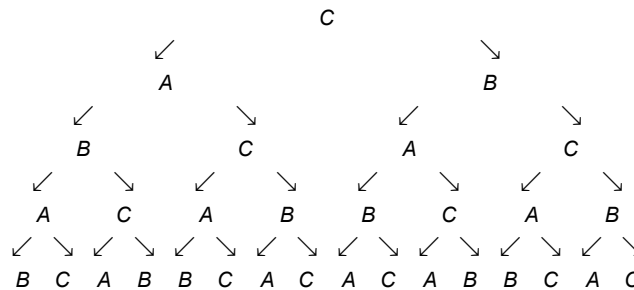


Trois joueurs, A, B, C , jouent à "pile ou face". A et B jouent la première partie, puis C remplace le perdant. Le jeu se poursuit ainsi : Chaque joueur perdant d'une partie laisse sa place au troisième joueur. Dans ce jeu, les événements $\{P\}$ et $\{F\}$ sont équiprobables.

1/ Représenter les diverses situations à l'aide d'un arbre représentant les résultats des quatre premières parties.

Le plus simple est de noter pour chaque partie le nom du joueur qui ne participe pas.



2/ Quel est le nombre de branches de l'arbre après n parties.

Après 1 partie : $2 = 2^1$; Après 2 parties : $4 = 2^2$; Après n parties l'arbre contient 2^n branches.

3/ On décide que le vainqueur du jeu est celui des trois joueurs qui, le premier, a gagné deux parties consécutives.

Calculer, pour chaque joueur, la probabilité de gagner le jeu :

- Après 2 parties :

Chaque joueur a une probabilité $\frac{1}{2}$ de gagner une partie.

A et B ont même probabilité : $p(A) = p(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. (Branche $(C-BC)$ pour A et $(C-AB)$ pour B)

C ne participant pas à la 1^{ère} partie, ne peut gagner en 2 parties : $p(C) = 0$.

- Après 3 parties :

A et B ne peuvent gagner en trois parties, puisqu'ils devraient avoir perdu la 1^{ère}, donc ne participeraient pas à la seconde : $p(A) = p(B) = 0$.

C le peut, en gagnant les 2^{ème} et 3^{ème} partie :

$p(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. (Branche $(C-ABA)$ ou $(C-BAB)$, donc 2 cas sur 8, soit $\frac{1}{4}$)

- Après 4 parties :

Il faut participer à la 3^{ème} partie, sans avoir gagné la seconde, puis gagner les 3^{ème} et 4^{ème} parties.

Donc A ou B doivent avoir perdu la 1^{ère}, gagné les 3^{ème} et 4^{ème} : $p(A) = p(B) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

(Branche $(C-ABCB)$ ou $(C-ACBC)$, pour A , donc 2 cas sur 16, soit $\frac{1}{8}$)

(Branche $(C-BACA)$ ou $(C-BCAB)$, pour B , donc 2 cas sur 16, soit $\frac{1}{8}$)

C ne peut gagner en 4 parties, puisque, sachant qu'il ne participe pas à la 1^{ère} partie :

S'il gagne la 2^{ème} et perd la 3^{ème}, il ne participe pas à la 4^{ème},

S'il perd la 2^{ème}, il ne participe pas à la 3^{ème}, donc, $p(C) = 0$.