

Trouver deux nombres a et b sachant que leur différence est 65 , et que la différence de leurs cubes est 647.855 .

Soit $a > b$. Le système devient $\begin{cases} a - b = 65 \\ a^3 - b^3 = 647.855 \end{cases}$.

On sait que $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$, d'où :

$$\begin{cases} a - b = 65 \\ (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 647.855 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 65 \\ a^2 + ab + b^2 = 9.967 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 65 \\ a^2 + ab + b^2 = 9.967 \end{cases} .$$

$$\begin{cases} a = b + 65 \\ (b + 65)^2 + b(b + 65) + b^2 = 9.967 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 65 \\ 3b^2 + 195b - 5.742 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 65 \\ b = -87 \text{ ou } b = 22 \end{cases} .$$

Les couples solutions sont $(a ; b) = (-22 ; -87)$ et $(a ; b) = (87 ; 22)$.