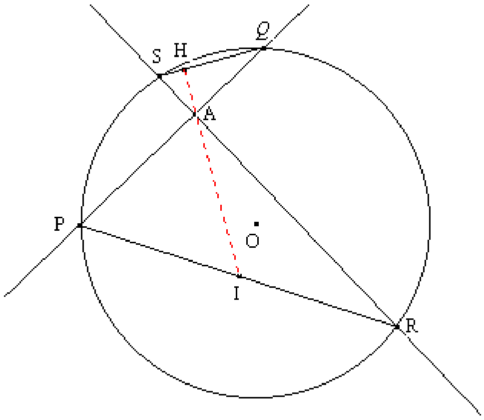
Soit un cercle (C) de centre O et un point A intérieur à ce cercle.
Soient deux droites perpendiculaires entre elles en A, coupant respectivement (C) en P et Q pour la première, et R et S pour la seconde. Soit I le milieu du segment $[PR]$.

Prouver que la droite (AI) est perpendiculaire au segment $[QS]$.



Soit H l'intersection de (AI) avec (QS) .
Dans tout triangle rectangle la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de l'hypoténuse : $AI = PI = RI$.
Les angles inscrits $\widehat{QPR}$ et $\widehat{QSR}$ interceptent la même corde $[QR]$ et sont situés du même côté de cette corde. Ils sont donc égaux. Donc $\widehat{API} = \widehat{HSA}$.
Dans le triangle isocèle (API) , $\widehat{API} = \widehat{PAI}$.
$\widehat{IAR} = \widehat{SAH}$ car opposés par le sommet.

$\widehat{PAI} + \widehat{IAR} = 90° \Leftrightarrow \widehat{HSA} + \widehat{SAH} = 90°$.
Ceci prouve qu'en complément des $180°$ des angles du triangle (ASQ) , on a $\widehat{SHA} = 90°$, ce qui prouve que (AI) est perpendiculaire à $[QS]$.