Résoudre dans ℝ : $\dfrac{4x}{x+1} > x^2 - 2x + 3$.

Remarque : $x^2 - 2x + 3 = 0$ n'admet pas de solution, car $\Delta = b^2 - 4ac = -8 < 0$.

Il ne faut ni faire le *produit en croix* , ni supprimer le dénominateur $x + 1$, car on ne connaît pas son signe, variable selon x , or, dans une inéquation cela impliquerait des changements de sens de celle-ci.

On regroupe l'ensemble d'un même côté, puis on met au même dénominateur :

$$\frac{4x}{x+1} > x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 - \frac{4x}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2 - 2x + 3)(x + 1) - 4x}{x+1} < 0 .$$

Sans factorisation évidente du numérateur, on le développe, ce qui donne, après réduction :

$$\frac{x^3 - x^2 - 3x + 3}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x - 1) - 3(x - 1)}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2 - 3)(x - 1)}{x+1} < 0 .$$

Les racines du numérateur sont $-\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, 1 et celle du dénominateur -1 .

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		$+1$		$+\sqrt{3}$		$+\infty$
$x^2 - 3$		+	0	–	|	–	|	–	0	+	
$x - 1$		–	|	–	|	–	0	+	|	+	
$x + 1$		–	|	–	0	+	|	+	|	+	
$R(x)$		**+**	**0**	**–**	||	**+**	**0**	**–**	**0**	**+**	

On constate que $S =]-\sqrt{3} ; -1[\cup]+1 ; +\sqrt{3}[$.