

Est-il plus facile d'amener au moins une fois un six avec un dé, en quatre coups, que d'amener au moins un "double six" avec deux dés en 24 coups. (Les faces sont supposées équiprobables).

a) amener au moins une fois un six avec un dé :

Soit p_1 la probabilité de cet événement.

L'événement contraire "n'amener aucun six en 4 coups", a pour probabilité $p'_1 = 1 - p_1$.

"N'amener aucun six en 4 coups" signifie "Amener 4 'non 6' ", lesquels sont au nombre de 5 pour 6 faces.

La probabilité d'amener un 'non 6' en un lancer est $\frac{5}{6}$.

La probabilité d'amener 4 'non 6' en 4 lancers est $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = p'_1$.

Donc la probabilité d'amener au moins une fois un six avec un dé, en 4 coups, est $p_1 = 1 - p'_1 = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$.

$p_1 \approx 0,518$ par excès, soit 51,8% de chances.

b) amener au moins un "double six" avec deux dés en 24 coups :

Soit p_2 la probabilité de cet événement.

L'événement contraire "n'amener aucun 'double six' en 24 coups", a pour probabilité $p'_2 = 1 - p_2$.

"N'amener aucun 'double six' en 24 coups" signifie "Amener 24 'non (6,6)' ", lesquels sont au nombre de 35 pour 36 couples de faces (a,b) .

La probabilité d'amener un 'non (6,6)' en un lancer est $\frac{35}{36}$.

La probabilité d'amener 24 'non (6,6)' en 24 lancers est $\left(\frac{35}{36}\right)^{24} = p'_2$.

Donc la probabilité d'amener au moins une fois un "double six" avec deux dés, en 24 coups, est :

$$p_2 = 1 - p'_2 = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24}.$$

$p_2 \approx 0,491$ par défaut, soit 49,1% de chances.

Il est donc plus facile d'amener au moins une fois un six avec un dé, en quatre coups, que d'amener au moins un "double six" avec deux dés en 24 coups.

c) Si on avait demandé d'obtenir exactement un « double six » en 24 essais :

$$p_3 = \binom{24}{1} \left(\frac{1}{36}\right)^1 \left(\frac{35}{36}\right)^{23} = 24 \left(\frac{1}{36}\right)^1 \left(\frac{35}{36}\right)^{23} = 0,349 \text{ par excès, soit } 34,9\% \text{ de chances.}$$