1/ Résoudre et discuter suivant m réel le système $\begin{cases} 2(x+1) = m(5y - 5m - 14) \\ 3x + 2y = 11m + 5 \end{cases}$.

Le système est équivalent à $\begin{cases} 2x - 5my = -5m^2 - 14m - 2 \\ 3x + 2y = 11m + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 15my = -15m^2 - 42m - 6 \\ -6x - 4y = -22m - 10 \end{cases}$.

Par addition : $-(15m + 4)y = -15m^2 - 64m - 16 \Leftrightarrow (15m + 4)y = 15m^2 + 64m + 16$.

a) Si $m = -\frac{4}{15}$, on obtient $0y = 0$. Tout y est solution, x devant vérifier $3x + 2y = 11m + 5 = \frac{31}{15}$,

d'où $x = \frac{31}{45} - \frac{2}{3}y = \frac{31 - 30y}{45}$.

Le système admet une infinité de couples solutions $(x ; y) = (\frac{31 - 30y}{45} ; y)$, $\forall y \in \mathbb{R}$.

b) Si $m \neq -\frac{4}{15}$, on obtient $y = \frac{15m^2 + 64m + 16}{15m + 4} = \frac{(15m + 4)(m + 4)}{15\,m + 4} = m + 4$.

$3x + 2y = 11m + 5 \Leftrightarrow 3x + 2(m + 4) = 11m + 5 \Leftrightarrow 3x = 9m - 3 \Leftrightarrow x = 3m - 1$.

Le système admet un couple solution unique $(x ; y) = (3m - 1 ; m + 4)$.

2/ On se limite aux cas ou le couple solution est unique.

Pour quelles valeurs du paramètre m , x et y prennent-ils des valeurs simultanément positives ?

$\left\{\begin{array}{l} x = 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{3} \\ m + 4 > 0 \Leftrightarrow m > -4 \end{array}\right\} \Rightarrow m > \frac{1}{3}$ entraîne $x > 0$ et $y > 0$.

Comparer dans ce cas les deux nombres x et y .

$x \leq y \Leftrightarrow 3m - 1 \leq m + 4 \Leftrightarrow 2m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$. Donc $\begin{cases} \frac{1}{3} < m < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 0 < x < y \\ m = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{13}{2} \\ m > \frac{5}{2} \Leftrightarrow 0 < y < x \end{cases}$.