

Déterminer la primitive de $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}}$ telle que $f(1) = -1$.

On sait que $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

En conséquence, $(\sqrt{3x^2 + 1})' = \frac{6x}{2\sqrt{3x^2 + 1}} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}}$.

On conclue : $F_k(x) = \sqrt{3x^2 + 1} + k$, pour tout k réel.

Imposons $F_k(1) = -1$:

$$F_k(1) = 2 + k = -1 \Rightarrow k = -3.$$

La primitive cherchée est : $F(x) = \sqrt{3x^2 + 1} - 3$.