

Résoudre dans \mathbb{R} : $|x^2 - 4| < x + 2$.

Si $x + 2 \leq 0$, l'inéquation $|x^2 - 4| < x + 2$ ne peut admettre de solution, puisqu'une valeur absolue est toujours positive ou nulle (pour éliminer le cas où $x + 2 = 0$, bien remarquer que l'inéquation est stricte).

On ne peut envisager que le cas où $x + 2 > 0$, soit $x > -2$.

$$|x^2 - 4| < x + 2 \Leftrightarrow |(x + 2)(x - 2)| < x + 2 \Leftrightarrow |(x + 2)||x - 2| < x + 2 \Leftrightarrow (x + 2)|x - 2| < x + 2,$$

Comme $x + 2 \neq 0$, on déduit : $|x - 2| < 1$.

$$|A| < b, \text{ avec } b \geq 0 \Leftrightarrow -b < A < b.$$

$$-1 < x - 2 < 1 \Leftrightarrow +1 < x < +3, \text{ soit } \mathcal{S} =]+1 ; +3[.$$