1/ Montrer que $f(x) = \dfrac{1}{(e^x + 1)^2} = 1 - \dfrac{e^x}{e^x + 1} - \dfrac{e^x}{(e^x + 1)^2}$.

$$1 - \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x + 1)^2 - e^x(e^x + 1) - e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{e^{2x} + 2e^x + 1 - e^{2x} - e^x - e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{1}{(e^x + 1)^2} .$$

2/ En déduire une primitive de $f(x)$.

$$\int \frac{1}{(e^x + 1)^2}\,\mathrm{d}x = \int 1\,\mathrm{d}x - \int \frac{e^x}{e^x + 1}\,\mathrm{d}x - \int \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}\,\mathrm{d}x .$$

On reconnaît une forme $\dfrac{u'}{u}$, de primitive $\ln |\, u \,|$, et une forme $\dfrac{u'}{u^2}$, de primitive $-\dfrac{1}{u}$.

$$\int \frac{1}{(e^x + 1)^2}\,\mathrm{d}x = x - \ln |\, e^x + 1 \,| + \frac{1}{e^x + 1} = x - \ln (e^x + 1) + \frac{1}{e^x + 1}$$ est l'une des primitive cherchées.