1/ Déterminer $F(x)$, primitive de $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ telle que $F(0) = 1$.

$u = e^x + e^{-x} \Rightarrow u' = e^x - e^{-x}$.

$f(x)$, de forme $\dfrac{u'}{u}$ admet $\ln | u | + C^{te}$ pour primitives.

D'où $F_k(x) = \ln | e^x + e^{-x} | + k = \ln (e^x + e^{-x}) + k$ puisque $e^x + e^{-x}$ est toujours positif.

Imposons $F_k(0) = 1$, soit $\ln 2 + k = 0 \Leftrightarrow k = - \ln 2$.

La primitive cherchée est $F(x) = \ln (e^x + e^{-x}) - \ln 2 = \ln \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

2/ Déterminer $G(x)$, primitive de $g(x) = \dfrac{2e^{2x} - 1}{(e^{2x} - x)^2}$ telle que $G(1) = 0$.

Sachant que $(e^u)' = u'e^u$, on constate que $(e^{2x} - x)' = 2e^{2x} - 1$.

$g(x)$, de forme $\dfrac{u'}{u^2}$ admet $-\dfrac{1}{u} + C^{te}$ pour primitives.

D'où $G_k(x) = -\dfrac{1}{e^{2x} - x} + k = \dfrac{1}{x - e^{2x}} + k$.

Imposons $G_k(1) = 0$, soit $\dfrac{1}{1 - e^2} + k = 0 \Leftrightarrow k = \dfrac{1}{e^2 - 1}$.

La primitive cherchée est $G(x) = \dfrac{1}{x - e^{2x}} + \dfrac{1}{e^2 - 1}$.