

Soit $f(x) = \frac{3}{x^2} \left(\frac{x-1}{x} \right)^2$.

Déterminer la primitive de f nulle en $x = 1$.

$$f(x) = \frac{3}{x^2} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^2, \text{ or } \left(1 - \frac{1}{x} \right)' = \frac{1}{x^2}.$$

En posant $u = \frac{x-1}{x}$, on obtient une forme $f = 3u' \cdot u^2$, de primitive $u^3 + C^{\text{te}}$.

Les primitives de $f(x)$ sont $F_k(x) = \left(\frac{x-1}{x} \right)^3 + k$.

Imposons $F_k(1) = 0$, soit $0 + k = 0 \Leftrightarrow k = 0$.

On conclue : $F(x) = \left(\frac{x-1}{x} \right)^3$.