1/ Calculer la primitive de $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{4x^2+1}}$ nulle en $x = 0$.

On sait que $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, donc que $(\sqrt{4x^2+1})' = \dfrac{8x}{2\sqrt{4x^2+1}} = \dfrac{4x}{\sqrt{4x^2+1}}$.

Inversement, les primitives de $\dfrac{x}{\sqrt{4x^2+1}}$ sont : $F_k(x) = \dfrac{1}{4}\sqrt{4x^2+1} + k$.

Imposons $F_k(0) = 0$, soit $\dfrac{1}{4} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{1}{4}$.

On conclue : $F(x) = \dfrac{1}{4}\sqrt{4x^2+1} - \dfrac{1}{4}$.

2/ Calculer la primitive de $g(x) = x\sqrt{4x^2+1}$ nulle en $x = -1$.

On sait que $u^p u'$ admet pour primitives $\dfrac{u^{p+1}}{p+1} + C^{te}$.

$= u^{1/2}$, donc $u'\sqrt{u} = u^{1/2}u'$ admet pour primitives $\dfrac{u^{3/2}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}u^{3/2} = \dfrac{2}{3}u\sqrt{u} + C^{te}$.

$x\sqrt{4x^2+1} = \dfrac{1}{8}\left(8x\sqrt{4x^2+1}\right) = \dfrac{1}{8}u'\sqrt{u} \Rightarrow F_k(x) = \dfrac{1}{8}\left(\dfrac{2}{3}(4x^2+1)\sqrt{4x^2+1}\right) + k$.

$F_k(x) = \dfrac{1}{12}(4x^2+1)\sqrt{4x^2+1} + k$.

Imposons $F_k(-1) = 0$, soit $\dfrac{5\sqrt{5}}{12} + k = 0 \Leftrightarrow k = -\dfrac{5\sqrt{5}}{12}$.

On conclue : $F(x) = \dfrac{1}{12}(4x^2+1)\sqrt{4x^2+1} - \dfrac{5\sqrt{5}}{12}$.