Déterminer a et b, entiers naturels non nuls, sachant que $(a\ ,\ a+2b\ ,\ 2a+b)$ sont en suite arithmétique, et que $(b+1\ ,\ a+b\ ,\ 3a-b)$ sont en suite géométrique.

$(A\ ,B\ ,C)$ en suite arithmétique de raison $r \Leftrightarrow r = B - A = C - B \Leftrightarrow 2B = A + C$.

On en déduit : $2(a+2b) = a + (2a+b) \Leftrightarrow 2a + 4b = 3a + b \Leftrightarrow a = 3b$.

$(A'\ ,B'\ ,C')$ en suite géométrique de raison $q \Leftrightarrow q = \dfrac{B}{A} = \dfrac{C}{B} \Leftrightarrow B^2 = AC$.

On en déduit : $(a+b)^2 = (b+1)(3a-b)$ dans lequel on reporte $a = 3b$,

$(4b)^2 = (b+1)(8b) \Leftrightarrow 8b^2 - 8b = 0 \Leftrightarrow 8b(b-1) = 0$, d'où :

$b = +1$ et $a = 3b = +3$.

Vérification :

$(a\ ,a+2b\ ,2a+b) = (3\ ,5\ ,7)$ arithmétique, de raison $r = +2$.

$(b+1\ ,a+b\ ,3a-b) = (2\ ,4\ ,8)$ géométrique, de raison $q = +2$.