Soit quatre nombres $(u_1\ ;\ u_2\ ;\ u_3\ ;\ u_4)$ en suite arithmétique, tels que $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 28 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^3 + u_4^4 = 276 \end{cases}$ **.**

Déterminer ces nombres :

u arithmétique $\Leftrightarrow$ $u_{n+p} = u_n + pr$, quels que soient n et p entiers naturels, donc :

$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = u_1 + (u_1 + r) + (u_1 + 2r) + (u_1 + 3r) = 4u_1 + 6r = 28$, soit : $2u_1 + 3r = 14$.

$u_1^2 + u_2^2 + u_3^3 + u_4^4 = u_1^2 + (u_1 + r)^2 + (u_1 + 2r)^3 + (u_1 + 3r)^4 = 4u_1^2 + 12u_1r + 14r^2 = 276$.

Reportons $2u_1 = 14 - 3r$ dans cette dernière équation :

$(2u_1)^2 + 6(2u_1)r + 14r^2 = 276 \Leftrightarrow (14 - 3r)^2 + 6(14 - 3r)r + 14r^2 = 276 \Leftrightarrow 5r^2 + 196 = 276$,

$5r^2 = 80 \Leftrightarrow r^2 = 16$.

a) **Si $r = +4$:** $2u_1 + 3r = 14 \Rightarrow u_1 = +1$; $u_2 = +5$; $u_3 = +9$; $u_4 = +13$.

b) **Si $r = -4$:** $2u_1 + 3r = 14 \Rightarrow u_1 = +13$; $u_2 = +9$; $u_3 = +5$; $u_4 = +1$.