Soit une suite arithmétique u , de raison $r = 3$, telle que $u_1 = 5$ et $S = u_0 + u_1 + ….. + u_n = 57$.

1/ Déterminer u_0 et n .

u arithmétique $\Leftrightarrow$ $u_{n+p} = u_n + pr$, quels que soient n et p entiers naturels, donc :

$u_0 = u_1 - r = 5 - 3 = 2$.

$u_n = u_1 + (n - 1)r = 5 + 3(n - 1) = 3n + 2$.

La somme des premiers termes d'une suite arithmétique est :

$$\boldsymbol{S = \frac{nbre\ de\ termes}{2} \times (Somme\ des\ deux\ termes\ extrêmes)}$$

$S = u_0 + u_1 + ….. + u_n = \frac{n+1}{2}.(u_0 + u_n) = \frac{n+1}{2}.[2 + (3n + 2)] = \frac{n+1}{2}.(3n + 4) = 57$,

$(n + 1)(3n + 4) = 114 \Leftrightarrow 3n^2 + 7n + 4 = 114 \Leftrightarrow 3n^2 + 7n - 110 = 0$.

Les racines sont $n = 5$ ou $n = -\frac{22}{3}$. Seule $n = 5$ est recevable.

On conclue : $u_0 = 2$ et $n = 5$.

2/ Exprimer u_n en fonction de n .

$u_n = u_0 + nr = 2 + 3n$.