Soient x' et x'' les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.
Former une équation $Ax^2 + Bx + C = 0$, dont on calculera les coefficients A , B , C en fonction de a, b, c, de telle façon que ses racines soient $X' = (x')^2$ et $X'' = (x'')^2$.

Il faut exploiter

$$x' \text{ et } x'' \text{ racines de } ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = x' + x'' = -\dfrac{b}{a} \\ P = x'x'' = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

et le fait que deux nombres de somme S et de produit P sont les racines de l'équation : $X^2 - SX + P = 0$.

$$\begin{Bmatrix} S = x' + x'' \\ P = x'x'' \end{Bmatrix} \Rightarrow x' \text{ et } x'' \text{ racines de } X^2 - SX + P = 0$$

Soit $$\begin{cases} S = X' + X'' = (x')^2 + (x'')^2 = (x' + x'')^2 - 2x'x'' = \left(-\dfrac{b}{a}\right)^2 - 2 \,.\, \dfrac{c}{a} = \dfrac{b^2 - 2ac}{a^2} \\ P = X'X'' = (x')^2 \times (x'')^2 = (x'x'')^2 = \left(\dfrac{c}{a}\right)^2 = \dfrac{c^2}{a^2} \end{cases} .$$

$X' = (x')^2$ et $X'' = (x'')^2$ sont racines de $X^2 - SX + P = 0$, soit : $X^2 - \dfrac{b^2 - 2ac}{a^2} X + \dfrac{c^2}{a^2} = 0$.

L'équation cherchée est : $a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$, soit $A = a^2$, $B = -b^2 + 2ac$, $C = c^2$.

<u>A titre d'exemple :</u>

$x^2 + x - 6 = 0$ admet pour racines $x' = +2$ et $x'' = -3$.

$a = 1$, $b = 1$, $c = -6$ $\Rightarrow$ $A = 1$, $B = -13$, $C = 36$.

L'équation $x^2 - 13x + 36 = 0$ admet $X' = (x')^2 = +4$ et $X'' = (x'')^2 = +9$ pour racines.