Soit le polynôme $P(x) = 18x^4 + ax^3 + bx^2 + 5x + 3$.

1/ Trouver a et b réels tels que $2x^2 - 5x - 3$ soit factorisable dans $P(x)$.

Etant du 4ème degré , $P(x)$ doit donc s'écrire $P(x) = (Ax^2 + Bx + C)(2x^2 - 5x - 3)$.

En développant :

$P(x) = 2Ax^4 - 5Ax^3 - 3Ax^2 + 2Bx^3 - 5Bx^2 - 3Bx + 2Cx^2 - 5Cx - 3C$,

$P(x) = 2Ax^4 + (2B - 5A)x^3 + (2C - 3A - 5B)x^2 + (-3B - 5C) - 3C$.

En *identifiant* à l'écriture de $P(x)$, on obtient :

$\begin{cases} 2A = 18 \Leftrightarrow A = 9 \\ -3C = 3 \Leftrightarrow C = -1 \end{cases}$ et $-3B - 5C = -5 \Leftrightarrow -3B + 5 = 5 \Leftrightarrow -3B = 0 \Leftrightarrow B = 0$.

En reportant dans les deux derniers coefficients non utilisés :

$a = 2B - 5A = -45$ et $b = 2C - 3A - 5B = -29$.

$P(x) = 18x^4 - 45x^3 - 29x^2 + 5x + 3$.

Donner la factorisation de $P(x)$.

Donc $P(x) = (2x^2 - 5x - 3)(Ax^2 + Bx + C) = (2x^2 - 5x - 3)(9x^2 - 1)$.

2/ Résoudre $P(x) < 0$.

Recherche des racines de $2x^2 - 5x - 3 = 0$: $\Delta = b^2 - 4ac = 49 \Rightarrow x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = 3$ et $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2} = -\dfrac{1}{2}$.

Recherche des racines de $9x^2 - 1 = 0$: $9x^2 = 1 \Rightarrow 3x = 1$ ou $3x = -1 \Leftrightarrow x_3 = -\dfrac{1}{3}$ et $x_4 = +\dfrac{1}{3}$.

D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		3		$+\infty$
$2x^2 - 5x - 3$		+	0	-	|	-	|	-	0	+	
$9x^2 - 1$		+	|	+	0	-	0	+	|	+	
R		**+**	**0**	**-**	**0**	**+**	**0**	**-**	**0**	**+**	

$S = \left] -\frac{1}{2} ; -\frac{1}{3} \right[\cup \left] \frac{1}{3} ; 3 \right[$.