

Résoudre dans \mathbb{R} le système suivant : $\begin{cases} (x-1)(y-2) = (x+1)(y-3) \\ (x-5)(y-4) = (x-4)(y-1) \end{cases}$.

$$\begin{cases} (x-1)(y-2) = (x+1)(y-3) \\ (x-5)(y-4) = (x-4)(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x - y + 2 = xy - 3x + y - 3 \\ xy - 4x - 5y + 20 = xy - x - 4y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = -5 \\ 3x + y = 16 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 6x + 2y = 32 \end{cases} \Rightarrow 7x = 27, \text{ soit } x = +\frac{27}{7}.$$

$$\text{Reportons dans } 3x + y = 16, \text{ soit : } \frac{81}{7} + y = 16 \Leftrightarrow y = \frac{112}{7} - \frac{81}{7} \Leftrightarrow y = +\frac{31}{7}.$$

$$\text{Le couple solution unique est } (x ; y) = (+\frac{27}{7} ; +\frac{31}{7}).$$