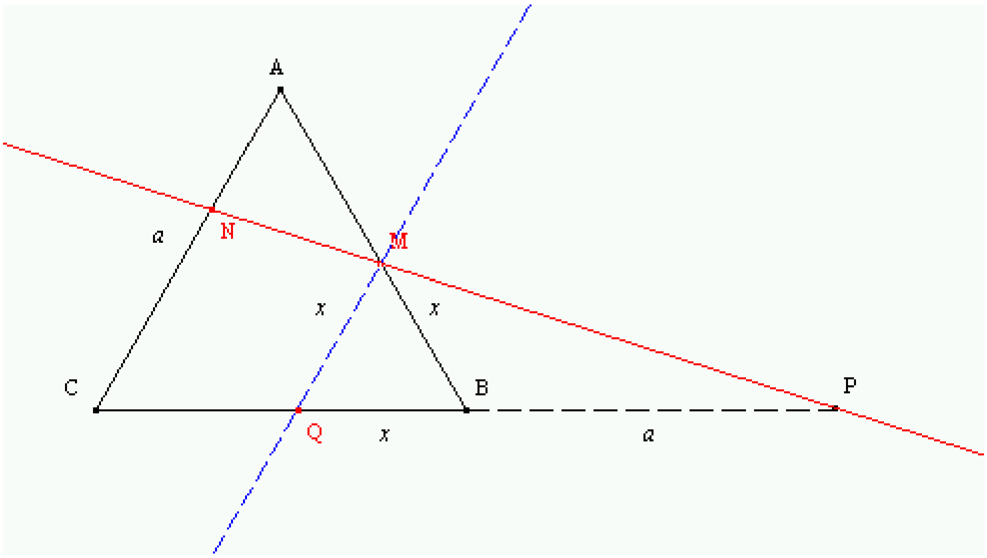
Soit un triangle (ABC) équilatéral, de côté a. Par le point P, symétrique de C par rapport à B, on trace une droite (D) qui rencontre $[AB]$ en M et $[AC]$ en N.

On pose $BM = x$.

Déterminer x pour que $CN = \frac{2}{3}a$:



Traçons la parallèle à (AC) passant par M. Elle coupe $[BC]$ en Q.

On applique le Théorème de Thalès dans les triangles (PMQ) et (PNC), puisque (MQ) et (AC) sont deux droites parallèles :

$CP = 2a$, puisque B est le milieu de $[CP]$.

$QM = QB = x$, puisque le triangle (QMB) est également équilatéral.

$$\frac{CN}{CP} = \frac{QM}{QP} \Leftrightarrow \frac{CN}{2a} = \frac{x}{a+x} \Leftrightarrow CN = \frac{2ax}{a+x}.$$

On veut $CN = \frac{2}{3}a$, soit $\frac{2ax}{a+x} = \frac{2}{3}a \Leftrightarrow \frac{x}{a+x} = \frac{1}{3}$, après simplification par $2a$.

$$3x = a + x \Leftrightarrow 2x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}.$$

Le point M doit être situé au milieu de $[AB]$.