Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{x^2} + 4 = \sqrt{x + 16}$:

On sait que $\sqrt{A^2} = |A|$, d'où : $\sqrt{x^2} + 4 = \sqrt{x + 16} \Leftrightarrow |x| + 4 = \sqrt{x + 16}$.

Contraintes initiales : $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A \geq 0$ et $B \geq 0$.

Cela impose $\begin{cases} |x| + 4 \geq 0 \text{ ce qui est toujours vrai.} \\ x + 16 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -16 \end{cases}$, d'où $D = [-16\ ; +\infty\ [$.

Elevons au carré : $(|x| + 4)^2 = x + 16 \Leftrightarrow |x|^2 + 8|x| + 16 = x + 16 \Leftrightarrow x^2 + 8|x| - x = 0$.

Deux cas sont à envisager :

a) **Si $x < 0$** : Alors $|x| = -x$: L'équation devient $x^2 - 8x - x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow x(x - 9) = 0$,
d'où : $x = 0$ ou $x = 9$, solutions toutes deux non acceptables.

b) **Si $x \geq 0$** , alors $|x| = x$: L'équation devient $x^2 + 8x - x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x = 0 \Leftrightarrow x(x + 7) = 0$,
d'où : $x = 0$ ou $x = -7$.
Seul, $x = 0$ satisfait au domaine de cette seconde zone.
Conclusion : $S = \{0\}$.