

Résoudre dans \mathbf{R} : $\sqrt{x+5} - \sqrt{x+14} = 1$.

Comme il faudra mettre au carré, afin d'éliminer les racines, il est préférable que les deux membres de l'équation soient positifs, d'où la présentation : $\sqrt{x+5} = \sqrt{x+14} + 1$.

$$\sqrt{A} = B \text{ impose } A \geq 0 \text{ et } B \geq 0$$

Conditions d'existence : $\begin{cases} x+5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5 \\ x+14 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -14 \end{cases} \Rightarrow x \geq -5$.

Le domaine de définition de l'équation est $D = [-5 ; +\infty[$.

Les deux membres étant positifs, on met au carré : $x+5 = (x+14) + 2\sqrt{x+14} + 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+14} = -10$,
soit $\sqrt{x+14} = -5$.

Le résultat d'une racine carrée est toujours positif ou nul, donc cette équation est impossible : $S = \emptyset$.