**Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équations** $\begin{cases} \mathbf{(3x + y + 1)(2x - y - 5) = 0} \\ \mathbf{(5x + 2y - 1)(7x - 3y + 2) = 0} \end{cases}$.

$(3x + y + 1)(2x - y - 5) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 1 = 0$ ou $2x - y - 5 = 0$ .

$(5x + 2y - 1)(7x - 3y + 2) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 1 = 0$ ou $7x - 3y + 2 = 0$ .

**Quatre systèmes sont possibles :**

a) $\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x - 2y = 2 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$.

Par addition, on obtient $-x = 3$ , soit $x = -3$ , puis $y = +8$ , après report dans l'une des équations.

Le premier couple solution est $(x ; y) = (-3 ; +8)$ .

b) $\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ 7x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 7x - 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 3y = -3 \\ 7x - 3y = -2 \end{cases}$.

Par addition, on obtient $16x = -5$ , soit $x = -\dfrac{5}{16}$ , puis $y = -\dfrac{1}{16}$ , après report dans l'une des équations.

Le second couple solution est $(x ; y) = (-\dfrac{5}{16} ; -\dfrac{1}{16})$ .

c) $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 10 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$.

Par addition, on obtient $9x = 11$ , soit $x = +\dfrac{11}{9}$ , puis $y = -\dfrac{23}{9}$ , après report dans l'une des équations.

Le troisième couple solution est $(x ; y) = (+\dfrac{11}{9} ; -\dfrac{23}{9})$ .

d) $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ 7x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 7x - 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x + 3y = -15 \\ 7x - 3y = -2 \end{cases}$.

Par addition, on obtient $x = -17$ , puis $y = -39$ , après report dans l'une des équations.

Le quatrième couple solution est $(x ; y) = (-17 ; -39)$ .