Résoudre dans $\mathbb{R}$: $e^{3x} - 4e^{2x} + e^x + 6 = 0$.

Soit $X = e^x$, ce qui impose $X > 0$.

Alors, $e^{nx} = (e^x)^n = X^n$.

L'équation devient : $X^3 - 4X^2 + X + 6 = 0$.

On constate que $X = -1$ est racine évidente, d'où la factorisation de $X + 1$.

$X^3 - 4X^2 + X + 6 = (X + 1)(aX^2 + bX + c) = aX^3 + (a + b)X^2 + (b + c)X + c$.

En *identifiant* les coefficients, on obtient $\begin{cases} a = 1 \\ a + b = -4 \\ b + c = 1 \\ c = 6 \end{cases}$, soit $a = 1$, $b = -5$, $c = 6$.

Donc, $X^3 - 4X^2 + X + 6 = (X + 1)(X^2 - 5X + 6) = 0 \Rightarrow X + 1 = 0$ ou $X^2 - 5X + 6 = 0$:

Les racines sont $X = -1$, $X = +2$, $X = +3$.

$e^x = -1$ est impossible , $e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2$, et $e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln 3$.

$S = \{\ln 2 , \ln 3\}$.