

**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :**  $\frac{e^{2x} + 3e^x - 4}{e^{2x} - 4} > 2$  .

L'expression n'existe que si  $e^{2x} \neq 4 \Leftrightarrow 2x \neq \ln 4 \Leftrightarrow 2x \neq 2 \ln 2 \Leftrightarrow x \neq \ln 2$  .

Le domaine de définition est  $D_f = \mathbb{R} - \{\ln 2\}$ .

Posons  $X = e^x$  , ce qui impose  $X > 0$  :

$$\frac{X^2 + 3X - 4}{X^2 - 4} > 2 \Leftrightarrow \frac{(X^2 + 3X - 4) - 2(X^2 - 4)}{X^2 - 4} > 0 \Leftrightarrow \frac{-X^2 + 3X + 4}{X^2 - 4} > 0 .$$

Le numérateur admet  $X = -1$  et  $X = +4$  pour racines.

Le dénominateur admet, pour sa part,  $X = -2$  et  $X = +2$  pour racines.

D'où le tableau de signes :  $R(X) = \frac{-X^2 + 3X + 4}{X^2 - 4}$  .

$X$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$+2$	$+4$	$+\infty$			
$-X^2 + 3X + 4$	-		-	0	+		+	0	-
$X^2 - 4$	+	0	-		-	0	+		+
$R(X)$	-		+	0	-		+	0	-

On constate que  $R(X) > 0 \Leftrightarrow -2 < X < -1$  ou  $2 < X < 4 \Leftrightarrow -2 < e^x < -1$  ce qui est impossible, ou  $2 < e^x < 4$

En prenant le logarithme de ces nombres, ce qui conserve les ordres, on obtient :  $\ln 2 < x < 2 \ln 2$  .

$S = ] \ln 2 ; 2 \ln 2 [$ .