

Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{e^{2x} + 3e^x - 4}{e^{2x} - 4} > 2$.

L'expression n'existe que si $e^{2x} \neq 4 \Leftrightarrow 2x \neq \ln 4 \Leftrightarrow 2x \neq 2 \ln 2 \Leftrightarrow x \neq \ln 2$.

Le domaine de définition est $D_f = \mathbb{R} - \{\ln 2\}$.

Posons $X = e^x$, ce qui impose $X > 0$:

$$\frac{X^2 + 3X - 4}{X^2 - 4} > 2 \Leftrightarrow \frac{(X^2 + 3X - 4) - 2(X^2 - 4)}{X^2 - 4} > 0 \Leftrightarrow \frac{-X^2 + 3X + 4}{X^2 - 4} > 0.$$

Le numérateur admet $X = -1$ et $X = +4$ pour racines.

Le dénominateur admet, pour sa part, $X = -2$ et $X = +2$ pour racines.

D'où le tableau de signes : $R(X) = \frac{-X^2 + 3X + 4}{X^2 - 4}$.

X	$-\infty$	-2	-1	$+2$	$+4$	$+\infty$			
$-X^2 + 3X + 4$	-		-	0	+		+	0	-
$X^2 - 4$	+	0	-		-	0	+		+
$R(X)$	-		+	0	-		+	0	-

On constate que $R(X) > 0 \Leftrightarrow -2 < X < -1$ ou $2 < X < 4 \Leftrightarrow -2 < e^x < -1$ ce qui est impossible, ou $2 < e^x < 4$

En prenant le logarithme de ces nombres, ce qui conserve les ordres, on obtient : $\ln 2 < x < 2 \ln 2$.

$S =] \ln 2 ; 2 \ln 2 [$.