Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y-1} = \dfrac{4}{x(y-1)} \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ **.**

La première équation impose $x \neq 0$ et $y \neq 1$, pour que les fractions soient calculables.

En multipliant la première équation par $x(y-1)$ l'équation devient :

$$\begin{cases} (y-1) + 2x = 4 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 1 \end{cases} .$$

Eliminons l'inconnue y par addition (combinaison linéaire) :

$$\begin{array}{c} L_1 \\ -2L_2 \end{array} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x - 4y = -2 \end{cases}$$, d'où, par addition : $-3y = +3 \Leftrightarrow y = -1$.

En reportant $y = -1$ dans l'équation $x + 2y = 1$, on obtient $x - 2 = 1$, soit $x = +3$.

Le système admet pour couple solution unique $(x ; y) = (3 ; -1)$.