

Soit le trinôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Déterminer les nombres réels a, b, c pour que l'on ait $f(1) = 0$, $f(2) = 9$ et $f(-1) = -6$.

On aboutit à un système
$$\begin{cases} f(1) = 0 \Leftrightarrow a(1)^2 + b(1) + c = 0 \Leftrightarrow a + b + c = 0 \\ f(2) = 9 \Leftrightarrow a(2)^2 + b(2) + c = 9 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 9 \\ f(-1) = -6 \Leftrightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = -6 \Leftrightarrow a - b + c = -6 \end{cases} .$$

$L_1 \begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 9 \\ a - b + c = -6 \end{cases}$. En effectuant $L_1 - L_3$, on obtient : $(a + b + c) - (a - b + c)$ soit $2b = 6 \Leftrightarrow b = 3$.

En reportant $b = 3$ dans L_1 et L_2 , on obtient
$$\begin{matrix} L'_1 \\ L'_2 \end{matrix} \begin{cases} a + c = -3 \\ 4a + c = 3 \end{cases} .$$

En effectuant $L'_2 - L'_1$, on obtient $3a = 6$, soit $a = 2$.

Comme $a + c = -3$, on déduit $c = -3 - 2$, soit $c = -5$.

Le trinôme recherché est $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$.