

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ a + b = 1 \end{cases}$.

Dans les équations proposées, les deux *inconnues* a et b sont *permutables*, ce qui justifie que l'on puisse réécrire ces équations en termes de $S = a + b$ et $P = ab$.

Deux nombres de somme S et de produit P sont les racines de $X^2 - SX + P = 0$.

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = S^2 - 2P, \text{ donc } \begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2 - 2P = 13 \\ S = 1 \end{cases}, \text{ d'où } 1 - 2P = 13 \Leftrightarrow P = -6.$$

Les nombres a et b , de somme $S = 1$ et produit $P = -6$ sont les racines de $X^2 - SX + P = 0$.

$X^2 - X - 6 = 0$ admet pour racines $X_1 = 3$ et $X_2 = -2$.

Il existe deux couples solutions $(a ; b) = (+3 ; -2)$ et $(a ; b) = (-2 ; +3)$.