

Soit un repère orthonormé $R(O, I, J)$ et les points $A(2; 5)$, $B(-2; 4)$ et $C(-1; -3)$.

a) Déterminer les coordonnées du point A' symétrique de A par rapport au point B .

A' symétrique de A par rapport à B équivaut à dire que B est milieu de $[AA']$.

$$B \text{ milieu du segment } [AA'] \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} = -2 \\ y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} = +4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + x_{A'} = -4 \\ 5 + y_{A'} = +8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -6 \\ y_{A'} = +3 \end{cases}, \text{ soit } A'(-6; +3).$$

b) Déterminer de même le point A'' image de A dans la translation de vecteur \overrightarrow{BC} .

La translation de vecteur \overrightarrow{BC} donne au point A une image A'' telle que $\overrightarrow{AA''} = \overrightarrow{BC}$, c'est à dire que la figure $(AA''CB)$ forme un parallélogramme.

$$\overrightarrow{AA''} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_{A''} - x_A \\ y_{A''} - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_{A''} - 2 \\ y_{A''} - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +1 \\ -7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A''} = +3 \\ y_{A''} = -2 \end{cases} \text{ L'image de } A \text{ est } A''(+3; -2).$$