Soit un repère orthonormé $R\,(O, I, J)$ et les points $A\,(2\,;\,5)$, $B\,(-2\,;\,4)$ et $C\,(-1\,;\,-3)$ ainsi que le point I milieu de $[BC]$.

a) Déterminer les coordonnées de I et calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

I milieu du segment $[BC]$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{-2-1}{2} = -\dfrac{3}{2} \\ y_I = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{4+(-3)}{2} = +\dfrac{1}{2} \end{cases}$, soit $I(-\dfrac{3}{2}\,;\,+\dfrac{1}{2})$.

$$\overrightarrow{AI} = \begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{3}{2} - 2 \\ \dfrac{1}{2} - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{7}{2} \\ -\dfrac{9}{2} \end{pmatrix} = -\frac{7}{2}\overrightarrow{i} - \frac{9}{2}\overrightarrow{j} \text{ , soit } 2\overrightarrow{AI} = -7\overrightarrow{i} - 9\overrightarrow{j} \text{ .}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-2 \\ 4-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} = -4\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} \text{ .}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-2 \\ -3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix} = -3\overrightarrow{i} - 8\overrightarrow{j} \text{ .}$$

b) Les résultats vérifient bien $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

$2\overrightarrow{AI} = -7\overrightarrow{i} - 9\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (-4\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}) + (-3\overrightarrow{i} - 8\overrightarrow{j}) = -7\overrightarrow{i} - 9\overrightarrow{j}$.

Le résultat était prévisible, puisque « *le double du vecteur qui mène au milieu d'un segment est égal à la somme des vecteurs menant aux extrémités de ce segment* ».