

Résoudre le système suivant $\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 1 \\ 5x^2 + 12y^2 = 7 \end{cases}$.

On pose $X = x^2$ et $Y = y^2$. Le système devient $\begin{cases} 3X + 4Y = 1 \\ 5X + 12Y = 7 \end{cases}$.

D'où : $\begin{matrix} 3L_1 \\ -L_2 \end{matrix} \begin{cases} 3X + 4Y = 1 \\ 5X + 12Y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9X + 12Y = 3 \\ -5X - 12Y = -7 \end{cases}$, et par addition en colonnes $4X = -4 \Leftrightarrow X = -1$.

Inutile d'aller plus loin. Le résultat obtenu signifie $x^2 = -1$, ce qui est impossible. Donc $\mathcal{S} = \emptyset$.