Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé du plan :

a) Tracé du graphe de $y = |2x + 3| - |-x + 2|$

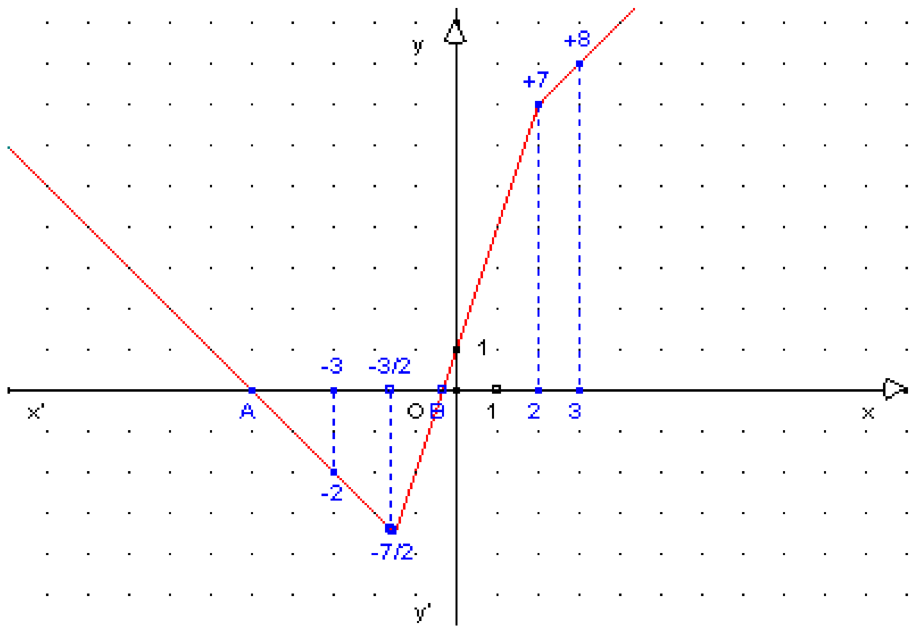
$2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ et $-x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = +2$.

Ces deux abscisses sont celles ou la fonction change d'écriture, en restant une droite affine sur chaque intervalle.

Il suffit de calculer y pour les valeurs de x suivantes, dont l'une, - 3, a volontairement été choisie avant $-\frac{3}{2}$, et l'autre, + 3, choisie après + 2, afin de tracer les demi-droites externes.

x	- 3	$-\frac{3}{2}$	+ 2	+ 3
$y = \|2x + 3\| - \|-x + 2\|$	-2	$-\frac{7}{2}$	+ 7	+ 8

D'où le graphe :



b) Résolution par le calcul : $|2x+3| - |-x+2| < 0$

x	$-\infty$		$-3/2$		$+2$		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$-x+2$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$\mathbf{\|2x+3\|}$		$\mathbf{-2x-3}$	**0**	$\mathbf{2x+3}$	|	$\mathbf{2x+3}$	
$\mathbf{\|-x+2\|}$		$\mathbf{-x+2}$	|	$\mathbf{-x+2}$	**0**	$\mathbf{x-2}$	

Zone 1 : $x < -\frac{3}{2}$.

$|2x+3| - |-x+2| < 0$ devient $(-2x-3) - (-x+2) < 0 \Leftrightarrow -2x - 3 + x - 2 < 0 \Leftrightarrow -x - 5 < 0 \Leftrightarrow x > -5$.

La solution de la 1ère zone est : $S_1 =]-5\,;-\frac{3}{2}[$.

Zone 2 : $-\frac{3}{2} \leq x < +2$.

$|2x+3| - |-x+2| < 0$ devient $(2x+3) - (-x+2) < 0 \Leftrightarrow 2x + 3 + x - 2 < 0 \Leftrightarrow 3x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$.

La solution de la 2ème zone est : $S_2 = [-\frac{3}{2}\,;-\frac{1}{3}[$.

Zone 3 : $x \geq +2$.

$|2x+3| - |-x+2| < 0$ devient $(2x+3) - (x-2) < 0 \Leftrightarrow 2x + 3 - x + 2 < 0 \Leftrightarrow x + 5 < 0 \Leftrightarrow x < -5$.

Cette condition n'est pas réalisable dans la 3ème zone : $S_3 = \varnothing$ (ensemble vide) .

La solution finale est la réunion des trois solutions : $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 =]-5\,;-\frac{1}{3}[$.

c) Interprétation graphique du résultat.

Les abscisses -5 et $-\frac{1}{3}$ sont celles des points A et B du graphe précédent.

On constate sur cette figure que le graphe est de hauteur négative sur l'intervalle $]A\,;B[$.