

Résoudre le système suivant
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} - \frac{1}{y+2} = 3 \\ -\frac{1}{x-1} + \frac{3}{y+2} = -4 \end{cases} .$$

Effectuons le changement de variable
$$\begin{cases} X = \frac{1}{x-1} \\ Y = \frac{1}{y+2} \end{cases} .$$

On obtient
$$\begin{cases} 2X - Y = 3 \\ -X + 3Y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} L_1 \\ 2L_2 \end{matrix} \begin{cases} 2X - Y = 3 \\ -2X + 6Y = -8 \end{cases} . \text{ Par addition : } 5Y = -5 \Leftrightarrow Y = -1 .$$

On reporte $Y = -1$ dans $-X + 3Y = -4$: $-X + 3 = -4 \Leftrightarrow X = +1$.

d'où :
$$\begin{cases} X = \frac{1}{x-1} = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = +2 \\ Y = \frac{1}{y+2} = -1 \Leftrightarrow y + 2 = -1 \Leftrightarrow y = -3 \end{cases}$$

Le couple solution est : $(x ; y) = (2 ; -3)$.