Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $|2x + 3| = 4$.

Le résultat d'une valeur absolue doit être positif ou nul, ce qui est le cas.

<u>Deux nombres de même valeur absolue sont égaux ou opposés</u> : Soit $|x| = |A| \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} x = A \\ \text{ou} \\ x = -A \end{array} \right\}$.

d'où $|2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3 = 4 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = +\frac{1}{2} \\ 2x + 3 = -4 \Leftrightarrow 2x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \end{array} \right\}$.

$S = \left\{ +\frac{1}{2}, -\frac{7}{2} \right\}$.

b) $|x + 3| = 2x - 1$.

Imposons au résultat d'être positif : $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq +\frac{1}{2}$.

L'équation proposée équivaut alors à : $|x + 3| = |2x - 1|$.

En utilisant la propriété rappelée ci-dessus, on obtient $\left\{ \begin{array}{l} x + 3 = 2x - 1 \Leftrightarrow -x = -4 \Leftrightarrow x = +4 \\ x + 3 = -2x + 1 \Leftrightarrow 3x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \end{array} \right\}$.

$S = \{ +4 \}$, puisque l'autre solution ne satisfaisant pas la condition $x \geq +\frac{1}{2}$.

c) $|x| - 4 = 3x + 1$.

$|x| - 4 = 3x + 1 \Leftrightarrow |x| = 3x + 5$.

Imposons au résultat d'être positif : $3x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{3}$.

L'équation équivaut à : $|x| = |3x + 5| \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 3x + 5 \Leftrightarrow -2x = 5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2} \\ x = -3x - 5 \Leftrightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4} \end{array} \right\}$.

$S = \{ -\frac{5}{4} \}$, l'autre solution ne satisfaisant pas la condition $x \geq -\frac{5}{3}$.