

Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 - 69x + 154$.

a) Sachant que $P(x) = 0$ admet trois racines x_1, x_2, x_3 que l'on ne demande pas de calculer, développer la factorisation qui en découle.

$$P(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = [x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2](x - x_3) = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3.$$

b) En déduire la somme des inverses de ces trois racines.

En identifiant au polynôme proposé, on obtient, pour les monômes en x et constantes :

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -69 \text{ et } x_1x_2x_3 = 154, \text{ d'où } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_1x_2x_3} = -\frac{69}{154}.$$