L'équation $x^3 + px + q = 0$ admet 3 racines x_1, x_2 et x_3.

a) Développer la factorisation de $P(x) = x^3 + px + q$ qui en découle, puis montrer que $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.

$P(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = [x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2](x - x_3) = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3$.

En identifiant au polynôme proposé, on obtient, pour les monômes en x^2 : $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.

b) En supposant $q \neq 0$, calculer $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ en fonction de p et q.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_1x_2x_3} = \frac{p}{q}$ en tenant compte des coefficients des monômes en x et constantes .