

Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{x^2 - |x-2|}{x^2 + x} \geq 0$.

Deux cas sont à envisager :

1) $x < 2$: Alors $|x-2| = -x+2$. L'inéquation devient : $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + x} \geq 0$.

Les racines du numérateur sont : -2 ; +1 , celles du dénominateur : -1 ; 0.

d'où le tableau de signes limité à la 1ère zone, $x < 2$: Soit $R(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + x}$.

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$x^2 + x - 2$	+	0	-		-		-
$x^2 + x$	+		+	0	-	0	+
$R(x)$	+	0	-	 	+	 	-
						0	+

d'où une première zone solution : $S_1 =]-\infty ; -2] \cup]-1 ; 0[\cup]+1 ; 2[$

2) $x \geq 2$: Alors $|x-2| = x-2$. L'inéquation devient : $\frac{x^2 - x + 2}{x^2 + x} \geq 0$.

Pas de racine au numérateur car $\Delta < 0$, le numérateur est partout du signe de $a = +1$, donc positif.

Comme la 2ème zone impose $x \geq 2$, il est évident que le dénominateur $x^2 + x$ est alors positif.

Sur l'ensemble de la 2ème zone, le rapport est donc positif : $S_2 = [2 ; +\infty[$

La solution finale est la réunion des deux zones : $S = S_1 \cup S_2 =]-\infty ; -2] \cup]-1 ; 0[\cup]+1 ; +\infty[$.