

Soit  $x'$  et  $x''$  les racines de l'équation  $3x^2 + x - 1 = 0$

Sans calculer ces racines, déterminer la valeur de  $E = \frac{x'+1}{x'+2} + \frac{x''+1}{x''+2}$ .

L'expression est symétrique par rapport à  $x'$  et  $x''$ .

Elle s'exprime donc uniquement à l'aide de  $S = x' + x''$  et de  $P = x'x''$ .

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad P = \frac{c}{a} = -\frac{1}{3}.$$

$$E = \frac{x'+1}{x'+2} + \frac{x''+1}{x''+2} = \frac{(x'+1)(x''+2) + (x''+1)(x'+2)}{(x'+2)(x''+2)} = \frac{x'x'' + 2x' + x'' + 2 + x'x'' + 2x'' + x' + 2}{x'x'' + 2x' + 2x'' + 4}$$

$$E = \frac{2x'x'' + 3(x' + x'') + 4}{x'x'' + 2(x' + x'') + 4} = \frac{2P + 3S + 4}{P + 2S + 4}.$$

$$E = \frac{x'+1}{x'+2} + \frac{x''+1}{x''+2} = \frac{-\frac{2}{3} - \frac{3}{3} + 4}{-\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 4} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{7}{3}} = +\frac{7}{9}.$$