

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $\frac{-x^2 + 3x - 5}{x^2 - |x|} \leq 0$ .

1) Si  $x < 0$  alors  $|x| = -x$

L'inéquation devient :  $\frac{-x^2 + 3x - 5}{x^2 + x} \leq 0$ .

Le discriminant du numérateur  $-x^2 + 3x - 5$  est  $\Delta = -11 < 0$ . Le numérateur n'admet pas de racine, et est partout du signe de  $a = -1$ , donc partout strictement négatif.

Le dénominateur  $x^2 + x = x(x + 1)$  admet  $x = 0$  et  $x = -1$  pour racines.

Vu le signe du numérateur, il faut imposer  $x^2 + x > 0$ , donc que  $x$  soit extérieur à ses racines.

Pour la 1ère zone, soit  $x < 0$ , on obtient  $S_1 = ] - \infty ; -1 [$

2) Si  $x \geq 0$  alors  $|x| = x$

L'inéquation devient :  $\frac{-x^2 + 3x - 5}{x^2 - x} \leq 0$

Le numérateur n'a pas changé, et est partout strictement négatif.

Le dénominateur  $x^2 - x = x(x - 1)$  admet  $x = 0$  et  $x = +1$  pour racines.

Vu le signe du numérateur, il faut imposer  $x^2 - x > 0$ , donc que  $x$  soit extérieur à ses racines.

Pour la 2ème zone, soit  $x \geq 0$ , on obtient  $S_2 = ] +1 ; + \infty [$

La solution est donc  $S = S_1 \cup S_2 = ] - \infty ; -1 [ \cup ] +1 ; + \infty [$ .