Résoudre sur [0 , 2π[: $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2x$.

Il est judicieux de ramener l'équation à la forme $\cos X = \cos A$,

sachant $\sin a = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$.

L'expression devient : $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

On sait que $\cos X = \cos A \Leftrightarrow \begin{cases} X' = A + 2k\pi \\ X'' = -A + 2k\pi \end{cases}, \forall k \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} - 2x + 2k\pi \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{9} + k.\frac{2\pi}{3} \\ x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + 2x + 2k\pi \Leftrightarrow -x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} .$$

On remarquera que lorsqu'on change de signe une équation, $2k\pi$ n'est pas changé de signe, car k est un entier relatif quelconque.

a) $x = \frac{\pi}{9} + k.\frac{2\pi}{3}$ (tiers de tours = 3 solutions par tour) , soit :

$\frac{\pi}{9}$; $\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{9}$; $\frac{7\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} = \frac{13\pi}{9}$.

b) $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ (tours entiers = 1 solution par tour) , soit $\frac{2\pi}{3}$.

$S = \left\{ \frac{\pi}{9} ; \frac{2\pi}{3} ; \frac{7\pi}{9} ; \frac{13\pi}{9} \right\}$.