

**Résoudre dans  $\mathbf{R}$  :**  $3x^4 - x^2 - 4 \geq 0$

Cette inéquation *bicarrée* impose le changement de variable  $X = x^2$  :  $3X^2 - X - 4 \geq 0$

On remarque  $a - b + c = 0$ , donc racine évidente  $X' = -1$ , l'autre racine étant  $X'' = -c/a = +4/3$ .

D'où le tableau de signes suivant :

$X$	$-\infty$	$-1$	$+4/3$	$+\infty$	
$3X^2 - X - 4$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

L'inéquation impose donc  $X \leq -1$  ou  $X \geq +4/3$ , soit  $x^2 \leq -1$  ce qui est impossible, ou  $x^2 \geq +4/3$

Or,  $A^2 \leq B^2 \Leftrightarrow |A| \leq |B|$

Donc  $x^2 \geq +4/3 \Leftrightarrow |x| \geq \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |x| \geq \frac{2\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x \leq -\frac{2\sqrt{3}}{3}$  ou  $x \geq +\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Soit  $S = \left] -\infty ; -\frac{2\sqrt{3}}{3} \right[ \cup \left] +\frac{2\sqrt{3}}{3} ; +\infty \right[$