

Résoudre dans \mathbf{R} : $|x^2 - x| - 2 \leq 0$

L'inéquation proposée revient à : $|x^2 - x| \leq 2$

La mise au carré conserve l'ordre des nombres positifs. On en déduit $(x^2 - x)^2 \leq 4$, soit $(x^2 - x)^2 - 4 \leq 0$

$$[(x^2 - x) - 2][(x^2 - x) + 2] \leq 0 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x^2 - x + 2) \leq 0$$

On cherche les racines de chaque facteurs :

$x^2 - x - 2 = 0$: On remarque que $a - b + c = 0$, il y a donc racine évidente $x' = -1$, l'autre racine étant pour sa part $x'' = -c/a = +2$.

$x^2 - x + 2 = 0$: Le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7 < 0$

Le trinôme n'admet pas de racines, donc partout du signe de $a = +1$, soit partout positif.

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-1	$+2$	$+\infty$	
$x^2 - x - 2$	+	0	-	0	+
$x^2 - x + 2$	+		+		+
$R(x)$	+	0	-	0	+

Donc $\mathbf{S} = [-1 ; +2]$